

APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 03/11/15	DNI		

Hoja 1/3

Duración: 1h 45'

Nota: No se permite el uso de apuntes ni de hojas de fórmulas.

Resultados de aprendizaje que se evalúan en este examen:

- RA1: Plantear y analizar matemáticamente problemas de ingeniería relacionados con el cálculo.
- RA2: Emplear con rigor el lenguaje matemático.
- RA3: Interpretar y utilizar las propiedades fundamentales de las funciones reales elementales.
- RA4.1: Interpretar y utilizar las propiedades y técnicas fundamentales del cálculo diferencial e integral en una variable real.
- RA5.1: Identificar las aplicaciones fundamentales de la derivada y de la integral en una variable real.

Ejercicio 1 (4.0 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 45 minutos.

Las señales registradas por un sistema de instrumentación biomédica pueden modelarse utilizando la siguiente función:

$$f(x) = \frac{\text{sen}x}{1 - \text{sen}x} \quad x \in [-\pi, \pi]$$

- [0.5 puntos] Estudie el dominio y la continuidad de $f(x)$.
- [0.5 puntos] Determine las asíntotas, los puntos de corte con los ejes de coordenadas y la simetría de $f(x)$.
- [0.7 puntos] Estudie la derivabilidad de $f(x)$ y la continuidad de $f'(x)$.
- [0.8 puntos] Determine los extremos y la concavidad de $f(x)$.
- [0.5 puntos] A partir de la información obtenida en los apartados anteriores, esboce la gráfica de $f(x)$.
- [1.0 punto] Calcule la integral definida de $f(x)$ entre $-\pi$ y 0.

NOTA: Instrucciones para calcular la integral del apartado f)

- Utilice la sustitución para funciones racionales de seno y coseno, de manera que:

$$u = \tan\left(\frac{x}{2}\right) \rightarrow \text{sen}x = \frac{2u}{1+u^2} \quad y \quad dx = \frac{2du}{1+u^2}$$

- La siguiente descomposición en fracciones simples puede resultarle de utilidad:

$$\frac{u}{(u-1)^2(u^2+1)} = \frac{1}{2(u-1)^2} - \frac{1}{2(u^2+1)}$$

- Utilice además la siguiente integral si lo considera necesario:

$$\int \frac{1}{u^2+1} du = \arctan(u)$$



APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 03/11/15	DNI		

Hoja 2/3

Ejercicio 2 (3.5 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 35 minutos.

Dada la ecuación $x^3 + y^3 = 1 + 3xy^2$:

- [0.6 puntos] Calcule la ecuación de la recta tangente a la ecuación dada en el punto (2,-1).
- [0.3 puntos] Determine los puntos de corte de la recta tangente hallada con los ejes de coordenadas y represente gráficamente dicha recta.
- [1.0 punto] ¿Desde qué punto de esta recta la distancia al origen de coordenadas es mínima?

NOTA: Si no ha podido calcular la recta, considere $y = \frac{1-3x}{5}$

Dada la función $f(x) = \sqrt{x}$:

- [0.8 puntos] Demuestre que $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$ utilizando la definición formal de límite.
- [0.8 puntos] Si $g(x) = [f(x)]^2$, calcule $\int_0^3 g(x)dx$ utilizando el límite de la suma de Riemann correspondiente. ¿Qué representa esta integral definida? Compruebe que el resultado obtenido anteriormente es correcto realizando los cálculos de manera geométrica, sin utilizar integrales.

NOTA:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$



APELLIDOS	NOMBRE		GRUPO	CALIFICACIÓN
ASIGNATURA FMIBII	FECHA 03/11/15	DNI		

Hoja 3/3

Ejercicio 3 (2.5 puntos; RA1, RA2, RA3, RA4.1, RA5.1) Tiempo estimado: 25 minutos.

Una señal eléctrica diseñada para estimular un cultivo de células madre con el objetivo de conseguir una diferenciación celular específica, puede modelarse utilizando la función $F(x)$:

$$F(x) = \int_1^{2x+1} \left[\frac{1}{2} \sec(t) \tan(t) \right] dt$$

- [0.8 puntos] Calcule $F'(x)$ utilizando el segundo teorema fundamental del cálculo.
- [0.5 puntos] Realice la comprobación del resultado obtenido en el apartado anterior resolviendo en primer lugar la integral definida y calculando posteriormente la derivada correspondiente.

La placa utilizada para sembrar las células madre del apartado anterior puede modelarse como un sólido de revolución, que se forma a partir del giro de la región comprendida entre $y = x^2$ e $y = 2x$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2$, alrededor del eje y :

- [0.4 puntos] Esboce sobre los ejes de coordenadas el dibujo del sólido de revolución al que se refiere el enunciado.
- [0.8 puntos] Calcule el volumen del sólido de revolución utilizando el método que considere adecuado.